

Biometrische Gesellschaft
Region Oesterreich-Schweiz

Zürich 25.7.1978

ROeS-NACHRICHTEN

NO 4



August 1978

"ROeS-Nachrichten", Mitteilungsblatt der Region Oesterreich-Schweiz
der Internationalen Biometrischen Gesellschaft No. 4

Redaktion: F.H. Schwarzenbach

<u>Zum Inhalt</u>	<u>Seite</u>
Die Seite des Herausgebers	3
Ankündigungen	4
ROeS-Seminar 1979	5
Mitteilungen : - Neue Mitglieder	6
- Adressänderungen	7
Betrachtungen eines Biometrikers zur Ferienzeit	8
<u>Biometrische Hausapotheke</u>	
Vom Nutzen der Likelihood-Funktion (Ch.E. Minder)	9
Aufruf : Auf der Suche nach Adressen	19
Humor	20

*Wie war das doch mit dem Gewissen und dem
sanften Ruhekissen ?*

Die ca. 12 ROeS-Mitglieder, die trotz liebenswürdiger
Mahnung den Jahresbeitrag für 1978 immer noch nicht
überwiesen haben, werden inständig gebeten dies doch
sofort zu erledigen (SFr. 45.- bzw. OeS. 270.-)

VERGISSMEINNICHT
FORGET-ME-NOT

Eure Schatzmeisterin

DIE SEITE DES HERAUSGEBERS

Zur Zeit der sauren Gurken pflegen die Chefredaktoren
grosser Blätter den Umfang ihrer Zeitungen zu vermindern, ob-
wohl der Leser im verregneten Sommer 1978 viel Zeit zum Lesen
hätte.

Dem Herausgeber der kleinen Blättchen und der Winkel-
periodika bietet sich jedoch die grosse Chance, an jene Leser
heranzukommen, die sich in ihren Ferien langweilen und aus
diesem Grund die langweiligsten Texte studieren, bevor sie den
qualmenden Flammen unter Grillbratwürsten überantwortet werden.

Heitere Gemüter lassen sich durch saure Gurken, un-
reife Aprikosen und grünliche Tomaten keineswegs verdrissen.
Sie führen sich die hausbackenen Weisheiten unserer "ROeS-
Nachrichten" stückweise zu Gemüte, sie konsultieren die bio-
metrische Hausapotheke und merken sich auf der hintersten Seite
der diesjährigen Agenda bereits den Termin unseres nächsten
Seminars vor.

A propos saure Gurken! Wie wäre es, wenn Sie, sehr
verehrte Leser, für die nächste Nummer einen sommerlich ange-
hauchten und ferienmässig inspirierten Beitrag verfassen wür-
den ? Vielleicht werden Sie in einer begnadeten Ferienstunde
unerwartet von einer Muse geküsst, obwohl ich als Herausgeber
nicht weiss, welche Muse für biometrische Literatur zuständig
ist. Ist es vielleicht die "Pampel-Muse" ?

Trotz der sauren Gurken, trotz halbreifer Pflaumen,
Pfirsiche, Zwetschgen und Tomaten wünsche ich Ihnen eine schöne
Ferienzeit und danke Ihnen, dass Sie unserem Klatschblatt mit
limitierter Auflage über die bisherigen Nummern hinaus die
Treue halten.

F.H. Schwarzenbach

ANKUENDIGUNGEN

SEMINAR DER ROeS 1979 in Interlaken

Zeitpunkt und Rahmen unseres nächsten Seminars im Herbst 1979 stehen fest. Gegenwärtig laufen die Verhandlungen mit den vorgesehenen Koordinatoren und Referenten, um bis Ende September 1978 das Tagungsprogramm im einzelnen festlegen zu können.

Für die vorliegende Nummer der "ROeS-Nachrichten" hat uns Prof. Dr. H. Riedwyl, als örtlicher Tagungsleiter, die nebenstehende Kurzinformation zur Verfügung gestellt.

GEMEINSAMES SEMINAR 1980 der Deutschen Region und der ROeS

Ausserhalb der Reihe unserer Tagungen findet vom 24.-28. März 1980 im Klinikum Grosshadern, München, ein gemeinsam organisiertes Seminar der Deutschen Region und der ROeS statt. Als örtlicher Tagungsleiter hat sich Herr Prof. Dr. K. Ueberla zur Verfügung gestellt.

Das Seminarprogramm wird halbtagsweise nach dem Stil der einen oder anderen Region gestaltet, wobei jede der beiden Regionen drei Themenbereiche übernimmt.

Eine Kurzinformation über das Programm der gemeinsamen Veranstaltung wird in der nächsten Nummer der "ROeS-Nachrichten" veröffentlicht.

ROeS-Seminar 1979

Titel : Aktuelle statistische Methoden in
Naturwissenschaft und Medizin

Ort : Interlaken, Hotel Mattenhof

Zeit : 24.9. - 28.9.1979

Tagungsleiter : H. Riedwyl

Koordinatoren und Referenten : Werden in der nächsten
Orientierung mitgeteilt

Provisorischer Zeitplan

Montag	:	Aufgaben und Probleme der Biometrie in verschiedenen Anwendungsgebieten
Dienstag	:	Kontingenztafeln
Mittwoch	:	Vormittag : Themen noch nicht festgelegt Nachmittag : Ausflug
Donnerstag	:	Multivariate Methoden Spätnachmittag : Mitgliederversammlung
Freitag	:	Algorithmen für Computer, Tisch- und Taschenrechner

Tagungsbeitrag

Mitglieder der Internationalen Biometrischen Gesellschaft	SFr. 100.-
Nichtmitglieder	" 150.-
Studenten	" 50.-

Auskunft und Anmeldung : Prof. Dr. H. Riedwyl
Institut für mathematische Statistik
Sidlerstrasse 5,
CH-3012 Bern

Neue Mitglieder

Prof. Dr. Alois Essl, Institut für Tierproduktion an der Universität für Bodenkultur, Gregor-Mendelstr. 33, A-1180 Wien.

Fields of Application: Agriculture, Genetics, Psychology, Sociology.
Methodological Techniques: General, Tests, Theory, Statistical data processing.
Activities: Research, Teaching.

Prof. Dr. Herbert Immich (Associated Member), Institut für Dokumentation, Information u. Statistik, Im Neuenheimer Feld 325, D-6900 Heidelberg 1.

Fields of Application: Medicine, Public Health.
Methodological Techniques: Design of experiments, Tests, Research in statistical methods.
Activities: Research, Professional Consulting, Teaching.

Frau Angela Kalk, Bender + Co., GmbH, Dr.Boehringer-Gasse 5-11, A-1121 Wien.

Fields of Application: Medicine, Public Health.
Methodological Techniques: Research in statistical methods, Statistical data processing.

Madame Ailsa Korten (B Sc Sydney University, Former assistant University of Geneva), F-01170 Cessy.

Fields of Application: Medicine, Public Health, Physical Science, Sociology.
Methodological Techniques: General, Sampling, Statistical data processing.
Activities: Professional Consulting.

Herr Daniel Mandallaz, Dipl. Math. ETH. M.sc. (Ciba-Geigy AG), Hebelstrasse 109, CH-4056 Basel.

Fields of Application: Biology, Chemistry, Engineering, Medicine, Public Health.
Methodological Techniques: General, Tests, Quality Control.
Activities: Professional Consulting.

Fräulein M. Schneeberger, Glärnischstrasse 20, CH-8706 Meilen.

Fields of Application: Agriculture, Genetics, Medicine, Public Health.
Methodological Techniques: Others.
Activities: Administration, Management, Prof. Writing and Editing!

Frau Dr. Mynda Schreuer (Ph.D., Universitätsassistentin), Lederwaschgasse 22/7, A-5020 Salzburg.

Fields of Application: Biology, Genetics, Medicine, Public Health.
Methodological Techniques: General, Tests, Statistical data processing.
Activities: Research, Professional Consulting, Teaching.

Herr Jaroslav Slanicka, Dipl.Ing.chem. (Ciba-Geigy AG), Gstatenrainweg 70, CH-4125 Riehen.

Fields of Application: Chemistry, Medicine, Public Health.
Methodological Techniques: Design of experiments, Tests, Statistical data processing.
Activities: Research, Operational Activity.

Univ. Doz. Dr. Georg Stacher, Psychophysiolog. Laboratorium, Psychiatr. Universitätsklinik, Lazarettgasse 14, A-1097 Wien.

Fields of Application: Medicine, Public Health,
Methodological Techniques: General, Sampling, Design of experiments, Tests, Statistical data processing.
Activities: Research, Teaching.

Adressänderungen

GRABNER, Dr. H., Innstrasse 25-11-28, A-1200 Wien.

HACKL, Dr. P., Testarellogasse 17/2, A-1130 Wien.

KLINGLER-BRAENDLI, Regula, Wallerstrasse 18, CH-5000 Aarau.

KNORR, Dr. Dietrich, Universität für Bodenkultur, Institut für Lebensmitteltechnik, Peter-Jordanstr. 82, A-1190 Wien.

MOSER, Dr. H.A., Maiengasse 19, CH-4056 Basel.

ROTH, Dr. H.-R., Wiesliacher 11, CH-8053 Zürich.

WALTERSDORFER, Dipl.Ing. H., Höfenbergstrasse 24, A-4060 Leonding-Doppl.

WEBER, K., 49, Av. Bois-de-la-Chapelle, CH-1213 Onex.

WESTPHAL, Gerhard, Raffelspergergasse 26, A-1190 Wien.

WOHLZOGEN, Prof. Dr. F.X. u. Frau, Stroheckgasse 12/3, A-1090 Wien.

Betrachtungen eines Biometrikers zur Ferienzeit

Aergern Sie sich nicht, wenn Sie mit Ihrem Wagen in einer endlosen Fahrzeugkolonne eingeklemmt werden und wiederholt zum Stillstand kommen. Als mathematisch-statistisch geschulter Fachmann sind Sie zweifellos in der Lage, die Wahrscheinlichkeit zu berechnen, dass sich die Kolonne wieder in Fahrt setzt. Denken Sie aber daran, dass bei Schätzungen von seltenen Ereignissen oft besondere Methoden am Platz sind.

Wenn Sie sich im Gebirge verlaufen, so sollten Sie sich daran erinnern, dass Sie in Ihrem beruflichen Bereich ständig mit Irrtumswahrscheinlichkeiten operieren. Der Irrtum hat auch in der Freizeit Platz.

Alpenpässe sind Abbildungen und Modelle stetiger Funktionen mit vielen Wendepunkten, die zur mathematischen Analyse reizen. Fahren Sie aber nicht mit dem Wagen über die Wendepunkten hinaus, da Sie sonst unweigerlich und unerwartet an Extrempunkte gelangen.

Als mathematischer Statistiker bejahen Sie das Prinzip der zufälligen Zuordnung. Wie aber kommt es, dass es der Zufall fertig bringt, die ferienhungrigen Menschen stets an den gleichen Stränden, auf den gleichen Gipfeln und auf den gleichen Zeltplätzen herdenweise zu massieren ?

Haben Sie schon daran gedacht, Ihr biometrisches Rüstzeug für eine Studie über die "Epidemiologie des Ferienreisens" anzuwenden ? Scheint eine ansteckende Seuche zu sein.

VOM NUTZEN DER LIKELIHOOD-FUNKTION

Ch.E. Minder

Department of Statistics,
University of Waterloo,
Waterloo, Ontario, Canada

1. Einführung

Wenn Daten x_1, \dots, x_n mit statistischen Methoden analysiert werden sollen, so trifft man häufig auf folgende Situation : Der Wert x_i ist eine (von den anderen Daten unabhängige) Beobachtung mit einer Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$P_i(u; \theta), \quad i = 1, \dots, n. \quad (1)$$

Erfahrung oder Konvention diktieren dabei die vorläufige Form der Verteilung $P_i(u; \theta)$. Die Daten werden vornehmlich für zwei Zwecke gesammelt ; erstens, um die unbekannten Parameter θ zu schätzen ; zweitens, um zu ermitteln, ob die vorläufig angenommene Form (1) der Verteilung haltbar ist oder nicht.

Ist die parametrische Form $P_i(u; \theta)$ eine gute Beschreibung der Verteilung unserer Daten, und können wir auch die Parameter θ mit guter Präzision schätzen, so liefert das Modell (1), mit den geschätzten Parameterwerten θ , eine konzise mathematische Beschreibung unserer, und allfälliger zukünftiger, Beobachtungen. Die Vorteile einer solchen mathematischen Beschreibung sind wohl bekannt.

Dieser Artikel konzentriert sich auf einige Aspekte des Problems der Schätzung der Parameter θ des (gegebenen) Modells (1). Eine Untersuchung des zweiten angetönten Problems wird hier nicht versucht.

2. Die Likelihood-Funktion (LF) : Beispiele und Eigenschaften

In diesem Artikel wird folgende Definition der LF verwendet : Die LF ist die Klasse von Funktionen der Parameter θ , die proportional zur Wahrscheinlichkeit der Daten sind. Wir schreiben oft

$$L(\theta) = k \prod_{i=1}^n P_i(x_i, \theta), \quad (2)$$

wobei k eine unbestimmte, nicht von θ abhängige Konstante ist, die jedoch von den Daten x_1, \dots, x_n abhängen kann.

Beispiele :

- a) Binomialverteilung : Bei x Erfolgen in n Bernoulli-Versuchen ergibt sich für die Erfolgswahrscheinlichkeit θ die LF

$$L(\theta) = k \theta^x (1-\theta)^{n-x}, \quad \text{für } 0 \leq \theta \leq 1. \quad (3)$$

- b) Poissonverteilung : Die Beobachtung von x_1, \dots, x_n Teilchen in n gegebenen Volumina v_i ($i=1, \dots, n$) einer Suspension ergibt für die mittlere Anzahl θ von Teilchen per Volumeneinheit die LF

$$L(\theta) = k e^{-\theta \sum v_i} \theta^s,$$

wobei $s = \sum x_i$; k absorbiert hier $\prod_{i=1}^n (v_i^{x_i} / x_i!)$.

Wir betrachten hier Einfachheit halber nur den Fall $v_i = v$, in dem sich die LF zu $L(\theta) = k e^{-nv\theta} \theta^s$ reduziert.

- c) Ändert sich die gegebene Information, so ändert sich auch die LF : falls im Beispiel b) nur festgestellt werden kann, ob ein bestimmtes Volumen v Teilchen enthält oder nicht (wie das z.B. der Fall ist, wenn man eine Suspension auf Bakterien untersucht), so wird die LF zu

$$L(\theta) = k e^{-tv\theta} (1 - e^{-v\theta})^{n-t}, \quad (4)$$

wobei t die Anzahl der Proben ohne Bakterien bezeichnet.

Der angewandte Statistiker benutzt die LF im allgemeinen nur, um die Maximum Likelihood Schätzgrößen (MLS) $\hat{\theta}$ von θ , sowie deren asymptotische Varianzen und Kovarianzen zu finden. Hier soll nun demonstriert werden, dass die LF weit mehr leisten kann.

Die obigen Beispiele illustrieren die Tatsache, dass die LF nur durch minimal suffiziente Stichprobenfunktionen von den Daten abhängt. Dies kann allgemein gezeigt werden (z.B. Ref. 1.).

3. Anwendung der LF auf das Schätzproblem

Oft kann das statistische Schätzproblem auf folgende Weise formuliert werden : Die rivalisierenden Modelle (1), indiziert durch θ , sollen nach ihrer Plausibilität eingeordnet werden ; je besser ein Modell mit den Daten übereinstimmt, desto grösser seine Plausibilität. Es können verschiedene Masse der Übereinstimmung gewählt werden ; ein einfaches und naheliegendes Mass ist die relative Wahrscheinlichkeit der Daten unter den konkurrierenden Modellen : Je grösser die Wahrscheinlichkeit der Daten unter einem der Modelle, desto plausibler ist dasselbe. Dieses Argument setzt voraus, dass das beobachtete Ereignis (die Daten!) kein seltenes Ereignis war (vgl. die Idee des Signifikanz-Tests).

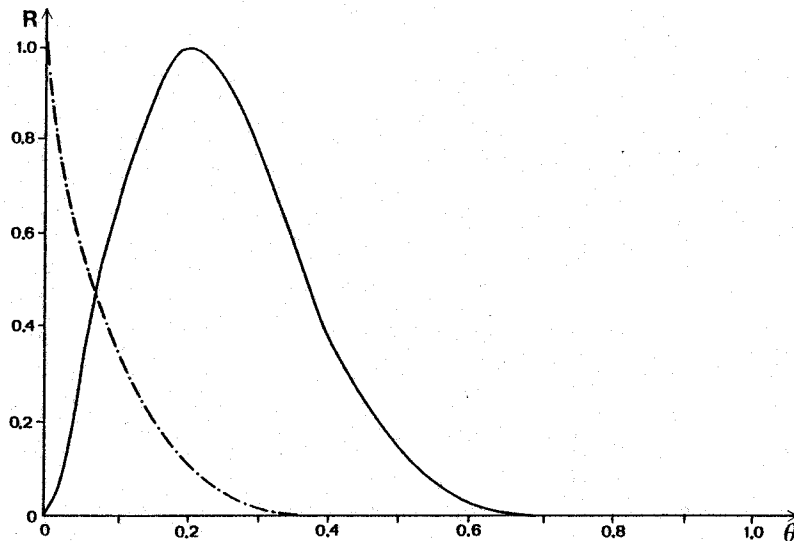
Benutzt man obiges Plausibilitätsmass, so hat das Modell mit den Parameterwerten $\hat{\theta}$ (MLS) die grösste Plausibilität, und die relative Plausibilität des Modells mit den Parameterwerten θ ist durch die Angabe der Grösse

$$R(\theta) = L(\theta)/L(\hat{\theta}), \quad (5)$$

der relativen Likelihood (oder : LH-Quotienten) von θ (bezüglich $\hat{\theta}$), gegeben. Parameterwerte, für die $R(\theta)$ nicht nahezu Null ist, sind plausible Kandidaten für den wahren Wert von θ .

Figur 1 zeigt die relative LF $R(\theta)$ für den Parameter θ von Beispiel a), wenn in $n=10$ Beobachtungen $x=2$ Erfolge (—) oder $x=0$ Erfolge (---) zu verzeichnen sind. Der Leser ist gehalten, sein Verständnis durch Nachvollzug der Rechnung für einen

Parameterwert zu prüfen ; gebraucht werden die Formeln (3) und (5), sowie die Tatsache, dass $\hat{\theta} = x/n$.



Figur 1 : Binomiale LF

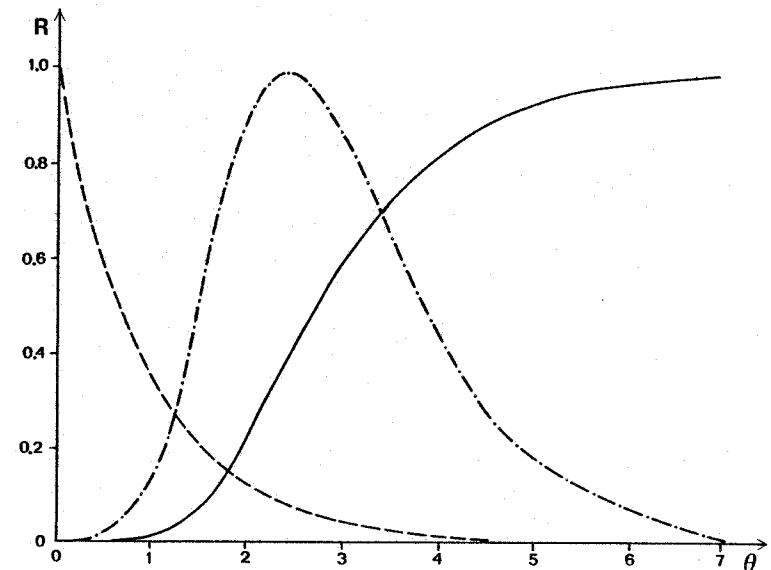
Für $x=2$ ist der Wert $\theta=0.25$ plausibel, da mit $\theta=0.05$ die Beobachtung $x=2$ mehr als die Hälfte der maximal möglichen Wahrscheinlichkeit erhält (diese ist erreicht für $\theta=\hat{\theta}=0.2$). Andererseits ist für $x=2$ $\theta=0.9$ nicht plausibel : Die relative Wahrscheinlichkeit von $x=2$ für $\theta=0.9$ gegenüber $\theta=\hat{\theta}=0.2$ ist $R(0.9) = 0.9^2 \cdot 0.1^8 / 0.2^2 \cdot 0.8^8 = 1.207 \times 10^{-6}$.

Bezeichnet man, als Konvention, Werte von θ mit $R(\theta)$ kleiner als 0.1 als implausibel, die anderen als plausibel, so kann man die plausiblen θ -Werte in einem 10% Likelihood-Gebiet (10% LG) zusammenfassen. Im Fall $x=2$ ist das 10% LG das Intervall $(0.02; 0.54)$, im Fall $x=0$ das Intervall $(0.0; 0.20)$. Nicht für alle Modelle ist jedes LG ein Intervall. Jeder einzelne θ -Wert innerhalb des 10% LG ist relativ plausibel, aber eine feste Wahrscheinlichkeit, mit der das 10% LG den wahren Wert von θ enthält (analog zur Bedeckungswahrscheinlichkeit bei einem Konfidenzintervall (KI)), lässt sich nicht angeben ; die Bedeckungswahrscheinlichkeit hängt vom betrachteten Modell ab.

Der Fall $x=2$ unseres Beispiels kann natürlich mit der üblichen Konfidenzintervall-Theorie behandelt werden ; man erhält mittels der bekannten Formel für ein 96.8% KI das Intervall $(0.05; 0.54)$.

Da die LF eines beliebigen Modells unter sehr milden Bedingungen für wachsende Stichprobenzahl n zu einer gaussförmigen LF tendiert, und da die relative Likelihood des 1.6% Punktes der Gauss-Verteilung 10% ist (siehe Tafeln der Gauss'schen Verteilung), entsprechen sich für grosse Werte von n ein 10% LG und ein 96.8% KI.

Auch Beispiel c) ist aufschlussreich. Im Fall der LF (4) wird der MLS $\hat{\theta}$ von θ unendlich, wenn alle Volumina verseucht sind, d.h. wenn $t=0$.



Figur 2 : Poisson Likelihood

Figur 2 zeigt die relative LF (4) für $v=1.0$, $n=10$, $t=0$ (—). Der MLS $\hat{\theta}$ ist wohl ∞ , aber alle Werte von $\theta=1.6$ an aufwärts sind schon recht plausibel (10% LG), und hätten gut das Resultat $t=0$ produzieren können. Das Experiment erlaubt also

trotz degeneriertem MLS die Schlussfolgerung $\theta \geq 1.6$. Hat man nun einen zweiten Versuch mit $v=0.1$, $n=10$ und diesmal $t=10$, d.h. von diesen kleineren Volumina ist nun keines verseucht, so ergibt sich hier $\hat{\theta}=0.0$. Die LF (----) in Figur 2. gibt $\theta \leq 2.3$ als 10% LG.

Traditionelle Methoden erlauben es nur schwer, die Resultate dieser beiden Experimente auszuwerten, und kaum, sie zu kombinieren. Die LF jedoch erlaubt eine leichte Kombination: Wir multiplizieren einfach die Likelihood-Funktionen der beiden (als unabhängig angenommenen) Experimente, und erhalten eine kombinierte LF (---) in Figur 2. Anstatt die LF zu multiplizieren, können wir auch die Logarithmen der beiden LF addieren (dies gilt natürlich unabhängig davon, ob der MLS endlich ist oder nicht). Ein 10% LG für θ basierend auf der kombinierten LF ist (0.9;4.5). In diesem Fall kann man, nach der Kombination, asymptotische ML-Theorie anwenden und ein KI finden.

Im allgemeinen kann gesagt werden, dass man vor der Kombination der LF zweier unabhängiger Experimente prüfen muss, ob die beiden LF kompatibel sind, d.h. ob gewisse Parameterwerte θ von den Daten beider Experimente her unterstützt sind. Ist das nicht der Fall, so soll nicht ohne weiteres kombiniert werden.

Eine weitere nützliche Eigenschaft der LF ist die sogenannte Invarianz-Eigenschaft, die im folgenden illustriert wird. Im Beispiel b) der Poissonverteilung sei man nicht am Mittelwert θ , sondern an $p=e^{-v\theta}$, der Wahrscheinlichkeit von null Teilchen im Volumen v , interessiert. Nach Formel (4) ist die LF von p :

$$L(p) = kp^t (1-p)^{n-t} \quad (6)$$

Es sei nun die relative Likelihood des Wertes θ_0 z.B. $\alpha=0.5$; dann hat der Wert $p=e^{-v\theta_0}$ auch relative Likelihood $\alpha=0.5$! Dies gilt für alle Werte von α (zwischen 0 und 1). Ein 100% LG für p kann demnach leicht vom 100% LG für θ gefunden werden.

Es seien θ_1 und θ_2 die Randpunkte des LG von θ (wir nehmen an, dass es nur zwei gebe, andernfalls muss man eben alle berücksichtigen); dann sind $p_1=e^{-v\theta_1}$, $p_2=e^{-v\theta_2}$ die Randpunkte des 100% LG von p , und wenn $\hat{\theta}$ der MLS von θ ist, so ist $\hat{p}=e^{-v\hat{\theta}}$ der MLS von p . Obige Eigenschaft gilt für alle Parameter, die eindeutige Funktionen von θ sind.

4. Ein komplexeres Beispiel

Dieses Beispiel betrifft die Analyse von Bio-Assay Daten und wir werden das Logit-Modell brauchen. Das Probit-Modell wird in praktisch allen vorkommenden Fällen zu sehr ähnlichen Resultaten führen. Für einen Dreipunkt-Versuch mit Dosierungen $x=-1, 0, 1$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Versuchstier an der Dosis x stirbt

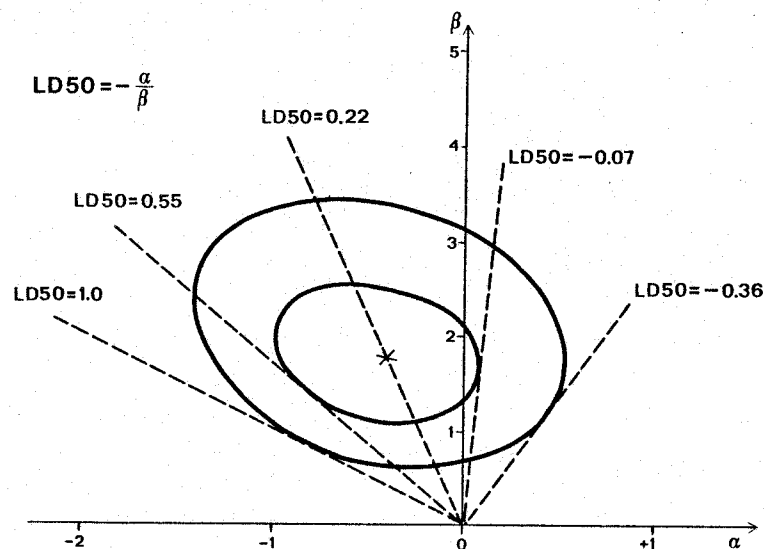
$$p(x) = \frac{AB^x}{1+AB^x} = \frac{e^{\alpha+\beta x}}{1+e^{\alpha+\beta x}} \quad (7)$$

mit $A=e^\alpha > 0$, $B=e^\beta > 0$ (andere Versuchspläne können analog behandelt werden). Wenn wir mit l, m, n die Anzahl der Tiere im Versuch mit Dosen $-1, 0, 1$ und mit x, y, z die Anzahl der gestorbenen Tiere mit Dosen $-1, 0, 1$ bezeichnen, so ist die LF

$$L(A,B) = k \frac{A^{x+y+z} B^{l-x+z}}{(A+B)^l (1+A)^m (1+AB)^n} \quad (8)$$

wobei k eine beliebige positive Konstante ist. Die MLS \hat{A}, \hat{B} können "beinahe" analytisch gefunden werden: \hat{A} ist die einzige reelle positive Wurzel einer kubischen Gleichung, und \hat{B} ist eine rationale Funktion von A . Die MLS von α, β sind, nach der Invarianz-Eigenschaft, $\hat{\alpha}=\log \hat{A}$ und $\hat{\beta}=\log \hat{B}$. Von grösserem Interesse ist jedoch die LF an sich, und wie sie gebraucht werden kann. Das soll an zwei numerischen Beispielen illustriert werden.

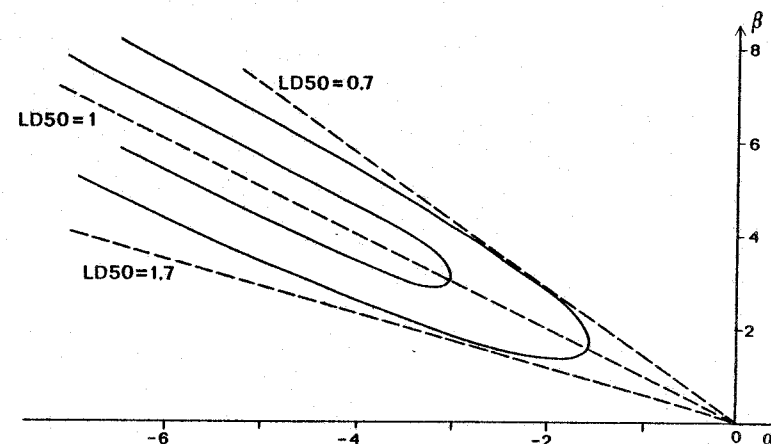
Für $\ell = m = n = 10$, $x = y = 2$, $z = 9$ ergibt sich die LF von Figur 3. Diese Figur zeigt eine Konturenkarte des "Likelihood-Berges". Diese Konturen wurden gezeichnet nachdem die LF über ein Gitter von Werten α, β berechnet worden war (solche Berechnungen erfordern einen Computer).



Figur 3 : Konturenkarte

Man sieht sofort, dass die üblichen asymptotischen Annäherungen kaum sehr gut sein können : Die "Höhenlinien" sind nicht elliptisch. Schlüsse über die LD50 werden auf folgende Weise gezogen : Der MLS der LD50 ist $-\hat{\alpha}/\hat{\beta}$; die Funktion $LD50 = \text{konstant}$ ergibt Strahlen in der (α, β) -Ebene (siehe Figur 3). Schneidet ein solcher Strahl z.B. das 50% LG für α, β , so gibt es zu dieser LD50 Parameterwerte α, β , die mehr als 50% relative Likelihood haben, d.h. die LD50 selbst hat mehr als 50% relative Likelihood. Man liest aus Figur 3 demnach sofort den MLS ($LD50 = 0.22$), das 50% LG ($-0.07 \leq LD50 \leq 0.55$), und das 10% LG ($-0.36 \leq LD50 \leq 1.0$) ab. Folgerungen über α, β lassen sich ohne Mühe in Folgerungen über die LD50 übersetzen!

Manchmal kann man sogar etwas über die LD50 folgern, wenn die MLS für α, β degenerieren, wie das folgendes Beispiel zeigt. Wieder sei $\ell = m = n = 10$, nun aber $x = y = 0$, $z = 5$. Die MLS sind $\hat{\alpha} = -\hat{\beta} = -\infty$ und die klassischen Methoden zur Schätzung der LD50 versagen. Zeichnet man jedoch die Strahlen konstanter LD50 in der (α, β) -Ebene, so ergibt sich (siehe Figur 4.) $MLS : LD50 = 1.0$; $10\% LG : 0.7 \leq LD50 \leq 1.7$.



Figur 4 :

Hier zeigt sich, was man durch eine Untersuchung der LF gewinnen kann. Die Konturen lassen uns erkennen, welche parametrischen Funktionen noch schätzbar sind, auch wenn etwas schief gegangen ist (Ref. 3.).

5. Beschränkungen der Methode

Offensichtlich kann die LF nicht berechnet werden, wenn man nicht in der Lage ist, das Modell (1) zu spezifizieren.

Die wichtigste praktische Schwierigkeit mit der LF liegt darin, dass sie kaum untersucht werden kann, sobald mehr als zwei oder höchstens drei Parameter darin auftreten. Man wird in Fällen mit mehreren Parametern deshalb versuchen, einige der Parameter auf die eine oder andere Weise zu eliminieren.

6. Referenzen

1. Barndorff-Nielsen, O. et al. : On the minimal sufficiency of the likelihood function. Scand. J. Statist., 3, 37-38, 1976.
2. Barnard, G.A. : The use of the likelihood function in statistical practice. Proc. V. Berkeley Symp. Prob. and Statist., 27-40, 1967.
3. Kalbfleisch, J.G. : Probability and statistical inference. Department of Statistics, University of Waterloo, Ontario, Canada, 1976.
4. Fisher, R. A. : Two new properties of mathematical likelihood. Proc. Camb. Phil. Soc., 285-307, 1934.
5. Fisher, R. A. : Statistical methods and scientific inference. Oliver and Boyd, London, 1956.
6. Sprott, D.A. and H. Diel : Die Likelihood Funktion und ihre Verwendung beim statistischen Schluss. Statist. Hefte, 6, 112-134, 1965.

Ein ausführlicheres Literaturverzeichnis ist ab Ende Oktober bei der Gruppe Biometrie, Clausiusstrasse 50, ETH-Zentrum, 8092-Zürich erhältlich.

A u f r u f

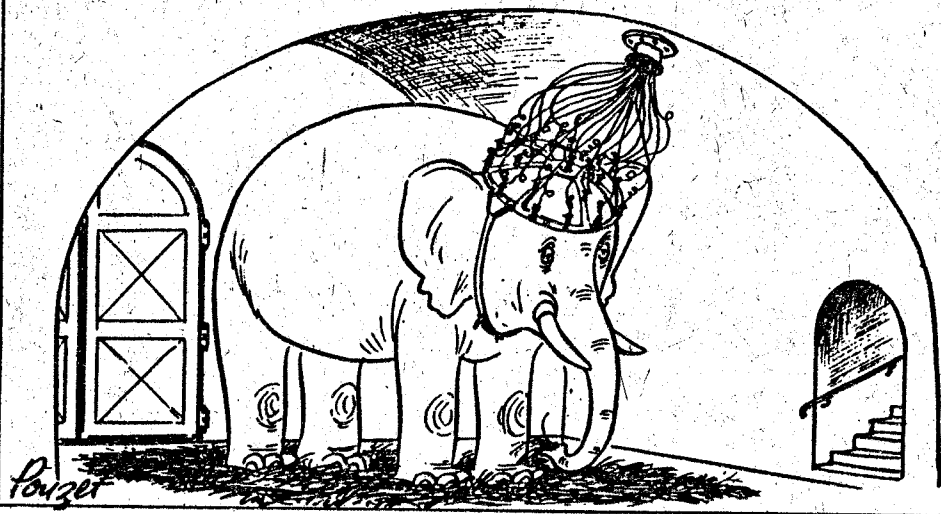
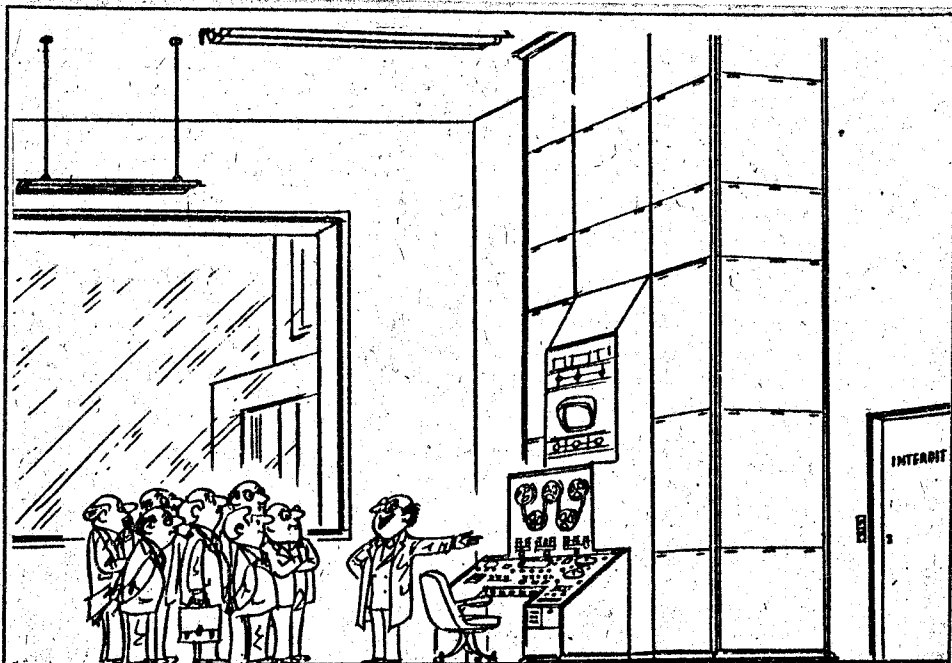
Wer kennt die neue Adresse von :

Dr. Hans Peter BILEK
(früher : Messerschmidt-Gasse 48, A-1180 Wien)

Herrn Wolfgang DORDA
(früher : Duerwaringstrasse 72, A-1180 Wien)

Bitte um Mitteilung an :

Frl. M. Schneeberger
Institut f. Tierproduktion
Gruppe Biometrie, ETH-Zentrum,
Clausiusstrasse 50
CH-8092 Zürich (Tel. 32 62 11
int. 3336)



Und hier, meine hochverehrten Herren, sehen Sie den modernsten Computer, den wir mit einem ganz aussergewöhnlichen Datenspeicher ausgerüstet haben !